

Pubblichiamo questo originale intervento di Lucio RUSSO, fisico, docente ordinario di Calcolo delle probabilità all'università di Roma "Tor Vergata", attento osservatore della deriva culturale della nostra società e autore dell'ormai famoso "Segmenti e Bastoncini".

MATEMATICA ADDIO ?

Il legame tra cultura matematica e civiltà politica Attenti, è la madre della democrazia

Sul futuro della matematica gravano due reali motivi di preoccupazione: uno riguarda la crisi delle vocazioni, cioè il calo (o crollo) degli iscritti al corso di laurea in matematica. Per la verità nell'ultimo anno c'è stata un'inversione di tendenza e sembra che le iscrizioni siano aumentate, ma non possiamo dire per il momento se si tratta di quello che gli esperti di borsa chiamano un «ribalzo tecnico», dovuto all'eccessivo calo precedente, oppure di una reale inversione di tendenza, come speriamo. Certamente nel medio periodo si è verificato un grosso calo, non solo in Italia ma in tutto il mondo occidentale, e questo è un serio motivo di preoccupazione. Però io vorrei citarne un altro, che forse interessa meno i matematici e anche per questo motivo mi preoccupa ancora di più: è il crollo della cultura matematica di coloro che non si iscrivono né ai corsi di matematica, né ad altri corsi universitari che contemplano una presenza significativa di insegnamenti matematici. Vorrei cioè parlare dei cittadini normali che, accostandosi alla matematica solo nella scuola secondaria, ne imparano sempre meno, venendo così privati di uno strumento formativo essenziale. Naturalmente il problema della cultura matematica del cittadino generico, coinvolgendo il reclutamento e la formazione dei docenti, non è indipendente dall'andamento delle iscrizioni ai corsi di laurea in matematica. I risultati di vari test indicano che molti degli attuali diplomati non sanno risolvere problemi che una volta erano il pane quotidiano degli alunni della scuola elementare. Una ventina d'anni fa mi meravigliai leggendo che negli Stati Uniti la maggioranza dei diplomati non sapeva quanta parte di una pizza corrispondesse ai $\frac{2}{3}$ dei $\frac{3}{4}$ di una pizza; ho l'impressione che ormai in questo aspetto abbiamo quasi raggiunto gli Stati Uniti. Più che l'abbassarsi delle capacità di calcolo, è preoccupante il diradersi della conoscenza del metodo dimostrativo, che tradizionalmente ha svolto una funzione formativa essenziale. Ripenso alla situazione d'una trentina d'anni fa: anche allora, tra coloro che non avevano studiato matematica all'università, era diffusa l'antipatia per la nostra disciplina; la maggioranza affermava quasi con soddisfazione di non averne mai capito nulla; se si chiedeva loro cosa ricordassero della geometria che avevano studiato al liceo, ci si sentiva rispondere che non ne ricordavano neppure un teorema e non capivano cosa l'avessero studiata a fare. Se si indagava un po' si scopriva però che la grande maggioranza, pur non ricordando alcun teorema specifico, ricordava molto bene cosa significassero termini come «teorema» e «dimostrazione». In definitiva l'insegnamento liceale lasciava una traccia di cui in genere non si era consapevoli, ma che era essenziale. L'essere esposti per anni al metodo dimostrativo, grazie allo studio della geometria sintetica euclidea, abituava a distinguere tra argomentazioni incontrovertibili, discorsi in grado di attirare consensi e successioni di libere associazioni di idee: distinzione che oggi un numero sempre più piccolo di persone è in grado di fare.

L'importanza dello studio della matematica per rafforzare le capacità argomentative era stata ben chiara nell'antichità. Quintiliano nella *Institutio Oratoria* afferma che lo studio della geometria è essenziale per la formazione dell'oratore, perché il fine di un'oratore è esattamente lo stesso di chi

dimostra un teorema di geometria: ottenere una tesi con argomentazioni logiche. L'antico legame tra dimostrazione matematica e retorica era molto profondo. Ricordiamo che la nascita del metodo dimostrativo nella cultura greca deve molto alla logica aristotelica, nel cui ambito nasce il concetto di «dimostrazione» nel senso, poi adottato in matematica, di deduzione incontrovertibile da premesse. La logica, ossia, etimologicamente, l'«arte del discorso», era nata appunto dalla retorica, come è chiaro dalla lettura della *Retorica* di Aristotele. Tra l'una e l'altra vi erano naturalmente importanti differenze: nelle scuole di retorica si imparava a convincere l'uditorio con vari mezzi, inclusa l'arte di provocare reazioni psicologiche di diverso tipo, mentre la logica si ottenne dalla retorica isolando le argomentazioni rigorosamente razionali ed eliminando le altre tecniche usate dall'oratore. A chi non ha riflettuto abbastanza sull'argomento, il legame tra dimostrazione matematica e retorica può sembrare forse forzato, ma si tratta invece di un legame abbastanza stretto, nel senso che anche alcune forme particolari di dimostrazione, come la dimostrazione per assurdo o quella sua particolare variante che nel Medioevo fu chiamata *consequentia mirabilis* (che consiste nel dimostrare un'affermazione *a* dimostrando che *non a* implica *a*), si trovano in orazioni prima che in testi matematici. Vorrei però sottolineare (cerco di sottolinearlo sempre) un altro importante nesso: quello che lega retorica e dimostrazione alla democrazia. Non a caso si tratta di frutti della civiltà greca che si originano in rapida successione. Le scuole e i manuali di retorica nascono per preparare il futuro politico, che nelle *poleis* democratiche è in primo luogo una persona capace di convincere delle proprie tesi i componenti di assemblee che debbono deliberare a maggioranza. Nulla di simile era accaduto nell'Egitto faraonico o nella Mesopotamia paleo-babilonese. In queste grandi civiltà non era necessario preparare i politici a convincere gli altri e quindi, non a caso, non erano nate né scuole di retorica né il metodo dimostrativo in matematica. I testi «matematici» (ma sarebbe forse preferibile parlare di pre-matematica) di queste civiltà si limitavano a esporre algoritmi di calcolo, che erano insegnati sulla base del principio di autorità, senza che si ritenesse necessario convincere il lettore, o lo studente, della correttezza dei procedimenti esposti. Solo nel mondo greco si percorre la strada che dalla democrazia porta alla retorica, da questa alla logica e infine al metodo dimostrativo matematico. Il metodo dimostrativo tradizionalmente era trasmesso nelle scuole europee attraverso lo studio della geometria sintetica euclidea. Il fatto che questo studio sia oggi in via di estinzione in tutto il mondo occidentale costituisce a mio parere l'elemento che desta maggiori preoccupazioni sul futuro della cultura matematica: non perché la geometria sintetica sia necessariamente insostituibile, ma perché di fatto non mi sembra che sia stata sostituita con nulla di confrontabile. In sostituzione di larga parte della geometria euclidea sono stati inseriti nei curricula scolastici vari altri argomenti, come geometria analitica, statistica, informatica e così via. Il punto essenziale è che questi altri argomenti sono esposti senza usare il metodo dimostrativo. La geometria analitica, in particolare, sostituisce ragionamenti espressi con argomentazioni verbali con algoritmi di calcolo, che sono certo più efficienti (in quanto permettono di ottenere gli stessi risultati tecnici con minore sforzo intellettuale) ma molto meno formativi, soprattutto per chi non diventerà un matematico ma dovrebbe imparare a rafforzare le proprie capacità argomentative. Nel caso della statistica è diffusa l'abitudine di insegnarla nella scuola secondaria privilegiando i protocolli da seguire ed evitando di dimostrare teoremi. In definitiva, molte sostituzioni che si presentano semplicemente come necessari «aggiornamenti», ossia sostituzioni di argomenti obsoleti con argomenti più attuali, comportano in realtà una deriva sul piano metodologico che va esattamente nella direzione opposta: si tratta infatti di sostituire il metodo dimostrativo greco con metodi ancora più antichi, in cui la dimostrazione era assente, come quelli usati nella cultura paleo-babilonese oppure nell'Egitto faraonico.

È legittimo il sospetto che la trasformazione della didattica della matematica abbia contribuito a quel generale abbassamento delle capacità argomentative che si verifica confrontando dibattiti televisivi o parlamentari con gli analoghi di quarant'anni fa. La strada di cui parlavo prima, che dalla retorica, attraverso la logica, aveva portato alla dimostrazione matematica, mi sembra che in qualche misura (la storia non si ripete mai allo stesso modo, e nemmeno esattamente in modo opposto), venga oggi ripercorsa in senso inverso. In particolare, mentre le dimostrazioni stanno sparendo da quasi tutti i curricula scolastici, la retorica è di gran moda, anche se non viene più

chiamata con il termine antico, preferendosi l'espressione «scienza delle comunicazioni». Sostanzialmente si tratta della stessa cosa, ma con un'importante differenza. Mentre Aristotele, distillando la retorica, ne aveva isolato gli argomenti razionali, ottenendone la logica, oggi si tende a compiere l'operazione inversa, eliminando le argomentazioni razionali e privilegiando le tecniche capaci di generare emozioni o associazioni di idee utili nei messaggi pubblicitari e, più in generale, nelle tecniche di persuasione. In altre parole si tende a ricostruire quella parte della retorica che non era confluita nella logica. Penso che sia importante chiedersi le ragioni della trasformazione che stiamo vivendo: si tratta con ogni evidenza di un processo culturale profondo, che scavalca le divisioni politiche e non ha nulla a che vedere con i cambiamenti di maggioranze parlamentari. Nel caso delle trasformazioni dei programmi di matematica è naturalmente presente anche una reazione ad alcune caratteristiche realmente obsolete di quelli precedenti, che se contenevano elementi molto importanti dal punto di vista formativo, nella scelta dei risultati da trasmettere apparivano spesso avulsi dalla realtà. Gli studenti che avevano maturato un proprio gusto per il ragionamento astratto potevano appassionarsi, ma gli altri erano spesso respinti da discorsi di cui non riuscivano a vedere la relazione col mondo reale. Molte persone mi hanno detto che non capivano a cosa sarebbe loro servito nella vita saper scomporre i polinomi in fattori o ricordare le formule di prostaferesi. In molti casi si era perduto il collegamento tra argomenti insegnati in ossequio alla tradizione e le applicazioni che li avevano inizialmente motivati. Purtroppo le tendenze attualmente vincenti combinano il sano bisogno di svecchiamento con una tendenza culturale profonda, apparentemente vincente, che considera la libera associazione di idee superiore al ragionamento; ovviamente si tratta di una tendenza che non lascia spazio alla matematica, a meno che con questa parola si intendano chiacchiere divulgative su argomenti come la complessità, il caos o la logica fuzzy: chiacchiere divulgative che, in buona sostanza, si limitano a diffondere l'idea che gli scienziati, e i matematici in particolare, abbiano raggiunto la certezza che non si può capire nulla, perché tutto è molto complesso, sfumato e confuso. È di moda affermare che il principio di non contraddizione è obsoleto e che occorre superare la logica classica, in genere identificata con una «logica lineare» di dubbia origine. Siamo continuamente dissuasi dall'usare tale «logica lineare», ma è ben difficile avere informazioni attendibili su altre e migliori forme di logica. La parola teorema è ormai una parolaccia; mi sembra che anche il **capo del governo**, qualche tempo fa, abbia dichiarato che le accuse nei suoi confronti non valgono nulla perché sono solo teoremi: dichiarazione che a un matematico appare naturalmente molto preoccupante. Qualche anno fa è apparso un libretto in cui uno studioso dei processi di apprendimento sostiene che vi sono due modi per apprendere: uno percettivo-motorio, che abbiamo in comune con gli altri animali e in particolare con i primati diversi da *homo sapiens*, e un altro, esclusivamente nostro, che usa in modo essenziale lo strumento verbale. L'autore argomenta che, poiché gli altri primati hanno una storia evolutiva più antica dell'uomo, l'evoluzione ha raffinato di più i metodi percettivo-motori. Il nostro obiettivo deve quindi essere, a suo avviso, quello di abbandonare le argomentazioni verbali cercando di limitarci ai metodi di apprendimento propri dei gibboni e degli scimpanzè. Secondo questo illuminante autore si tratta di un obiettivo reso raggiungibile dalle nuove tecnologie. Debbo dire incidentalmente che sono stato molto contento nel vedere che l'autore di queste argomentazioni polemizzasse duramente con me.

Mi sembra importante individuare l'origine della moda culturale che ho cercato di descrivere e sono convinto che un ruolo importante sia stato svolto dalla diffusione delle cosiddette tecnologie opache, cioè tecnologie raffinate per la cui utilizzazione è preferibile non sapere nulla dei principi di funzionamento e che si possono imparare a usare con processi che non hanno nulla a che fare con la razionalità. Quando un ragazzo impara a usare una calcolatrice elettronica da tasca, a mandare un «messaggino» Sms o a navigare in Internet, apprende con un processo di imitazione, ossia usando il metodo percettivo-motorio che ha in comune con gli altri primati e certamente non ha alcun bisogno di argomentazioni razionali. Poiché questi metodi di apprendimento sono usati da giovani in relazione a tecnologie nuove, molti sono indotti a pensare che gli altri metodi siano obsoleti e che occorra inseguire i giovani su questa strada. Naturalmente il punto debole di questa argomentazione è che questo metodo mimetico di apprendimento, funziona benissimo per imparare l'uso delle

nuove tecnologie ma non ha nulla a che vedere con la capacità di progettare tecnologie nuove, che è invece basata sulla vecchia logica e sulla matematica. Naturalmente chi ritiene che nella scuola italiana bisogna privilegiare l'apprendimento percettivo-motorio ritiene anche che l'Italia debba essere solo consumatrice e non anche produttrice di nuove tecnologie. Considerazioni analoghe valgono per chi, rinunciando a fornire al futuro cittadino strumenti concettuali essenziali per la comprensione della società, della natura e della tecnologia, ritiene che l'insegnamento matematico debba limitarsi ad argomenti immediatamente utili al cliente del supermercato o al titolare di un conto corrente bancario. Tradizionalmente il metodo dimostrativo era appreso studiando, direttamente o indirettamente, un'opera risalente al Terzo secolo a. C. (gli *Elementi* di Euclide). Se l'eliminazione della geometria euclidea sembra comportare l'abbandono del metodo dimostrativo, ciò significa che la lezione degli antichi scienziati non era stata appresa fino in fondo, cioè non eravamo riusciti a trasferire nella didattica di altri settori il metodo dell'antica geometria. Sarebbe invece importante insegnare ai ragazzi ad argomentare in modo razionale, in particolare dimostrando teoremi, anche su argomenti diversi dalla geometria. Recentemente, nel mio corso di *Storia delle matematiche*, ho spiegato il primo teorema del *Trattato sui galleggianti* di Archimede, la cui tesi afferma che in condizioni di equilibrio la superficie degli oceani è sferica. Poiché oggi pochi immaginano che si possano dimostrare teoremi su argomenti del genere, non mi ha stupito che nessuno dei miei quattro studenti (del terzo e ultimo anno del corso di laurea triennale in matematica) aveva idea del perché la Terra sia approssimativamente sferica. Durante sedici anni di studi nessuno li aveva fatti riflettere sulla forma del mondo in cui abitano. A differenza degli scienziati di ventitre secoli fa, immaginavano che si trattasse di un argomento non affrontabile col metodo dimostrativo. In generale se la didattica recuperasse dall'antica matematica la capacità di matematizzare costruendo modelli di situazioni reali ne trarrebbe beneficio chi, pur non avendo alcuna intenzione di diventare un matematico, potrebbe sviluppare la propria capacità di argomentare in modo rigoroso. Purtroppo temo che oggi nei nostri corsi di laurea non si formi la capacità di insegnare questo metodo e questo è forse il problema di più difficile soluzione.

di Lucio Russo

(per gentile concessione della rivista *liberal*, n° 24-2004)